## VII.- TURBINA FRANCIS

### VII.1.- CLASIFICACIÓN SEGÚN EL RODETE

Las turbinas Francis, Fig VII.1.a.b, son de tipo radial, admisión centrípeta y tubo de aspiración; siempre se construyen en condiciones de rendimiento máximo, dando lugar a tres tipos fundamentales, lentas, normales y rápidas, diferenciándose unas de otras en la forma del rodete.

Haciendo uso de la ecuación fundamental de las turbinas en condiciones de rendimiento máximo  $_2 = 90^{\circ}$  resulta:

 $c_1 u_1 \cos 1 = man g H_n \acute{o} c_{1n} u_1 = man g H_n$ 

El ángulo <sub>1</sub> es de gran importancia por su influencia sobre la velocidad tangencial y el número de rpm. El rendimiento manométrico oscila entre 0,85 y 0,95.

Los triángulos de velocidades a la entrada son de la forma indicada en la Fig VII.2, en donde en función de los coeficientes óptimos de velocidad, se tiene:

Rodetes lentos,  $u_1 < c_{1n}$ ;  $_1 < \mu_1$ Rodetes normales,  $u_1 = c_{1n}$ ;  $_1 = \mu_1$ Rodetes rápidos,  $u_1 > c_{1n}$ ;  $_1 > \mu_1$ 

La condición de rendimiento máximo: c $_{2n}$ = 0 ,  $\mu_2$ = 0, implica un rendimiento manométrico de la forma:

$$_{man} = 2 \left( \begin{array}{c} 1 \\ \mu_{1} - 2 \end{array} \right) = \left| \begin{array}{c} \mu_{2} = 0 \end{array} \right| = 2 \quad 1 \\ \mu_{1}$$

que puede lograrse variando  $_1$  ó  $\mu_1$  de forma que si uno aumenta el otro tiene que disminuir y viceversa, con lo que u<sub>1</sub> y c<sub>1</sub> tienen que variar en la misma forma.



Fig VII.1.a.- Esquema general del montaje de una turbina Francis

En primera aproximación se pueden clasificar en función de la velocidad:

Normal: 
$$_{man} = 2 \mu_1^2 = 2 \quad \stackrel{2}{_1}; \quad _1 = \mu_1 = \sqrt{\frac{man}{2}}$$
  
Tipo de rodete: Lento:  $_1 < \sqrt{\frac{man}{2}}$   
Rápido:  $_1 > \sqrt{\frac{man}{2}}$ 

Los valores de  $_1$  se pueden obtener de las gráficas de Voetsch y Allis Chalmers, Fig VII.8, en función del número específico de revoluciones.



Fig VII.1.b.- Detalle del rodete y el distribuidor en una turbina Francis



**RODETES LENTOS.-** Los *rodetes lentos*, Fig VII.3, se utilizan en los grandes saltos; con ellos se tiende a reducir el número de revoluciones, lo cual supone un aumento del diámetro D<sub>1</sub> del rodete respecto al del tubo de aspiración D<sub>3</sub>. El ángulo a la entrada  $_1 < 90^\circ$ , ( $_1 < 15^\circ$ ) y su número de revoluciones específico está comprendido entre 50 y 100. En estas turbinas se obtienen velocidades tangenciales reducidas. Los álabes tienen forma especial, aumentando su espesor a fin de que su cara posterior guíe mejor el chorro que atraviesa el rodete deslizándose en contacto con las paredes de los álabes, ya que de no ser así el chorro se despegaría de la cara posterior de los mismos, originando remolinos y fuertes corrosiones.

**RODETES** NORMALES.- Los rodetes normales, Fig VII.4, se caracterizan porque el diámetro  $D_1$  es ligeramente superior al del tubo de aspiración  $D_3$ . El agua entra en el rodete radialmente y sale de él axialmente, entrando así en el tubo de aspiración.

El valor de  $_1$  es del orden de 90°, (15°<  $_1 < 30°$ ) y se alcanza un  $n_s$  comprendido entre 125 y

200 rpm. No existen apenas huelgos entre el distribuidor y la rueda. En estas turbinas, en el triángulo de velocidades a la entrada, al ser  $_1 = 90^\circ$ , se cumple:



**RODETES RÁPIDOS.-** Los rodetes rápidos, Fig VII.5, permiten obtener elevadas velocidades de rotación para valores de  $n_s$  comprendidos entre 225 y 500. El diámetro del rodete D<sub>1</sub> es menor que el D<sub>3</sub> del tubo de aspiración y el cambio de dirección del agua se efectúa más bruscamente que en las turbinas normales.

El ángulo de entrada  $_1 > 90^\circ$ , ( $_1 < 45^\circ$ ) favorece el aumento del número de revoluciones, porque aumenta u<sub>1</sub>; en estas turbinas hay un huelgo bastante grande entre el rodete y el distribuidor, sin que ello tenga apenas ninguna influencia en el rendimiento; el agua entra radialmente y recorre un cierto espacio antes de entrar en el rodete; en este espacio al no existir rozamientos con los álabes, se consigue mejorar el rendimiento. En estas turbinas, para unos mismos valores de H<sub>n</sub> y \_ 1 en comparación con las normales, se obtiene un valor de c<sub>1</sub> menor, resultando mayor la velocidad tangencial u<sub>1</sub>. Los conductos entre álabes resultan más largos y estrechos y, en consecuencia, las pérdidas por rozamiento son relativamente altas, lo cual reduce el rendimiento; los rodetes trabajan con mucha sobrepresión, produciéndose grandes aceleraciones en los conductos.



Fig VII.5.- Rodetes Francis rápidos, 1<90



Fig VII.6.- Rodetes Francis de flujo radial



Fig VII.7.- Rodetes Francis de flujo diagonal

# VII.2.- VELOCIDAD ESPECIFICA EN FUNCIÓN DE LAS CARACTERÍSTICAS DE LA TURBINA.

A la entrada del rodete, la velocidad absoluta del agua  $c_1$  está situada en un plano normal al eje de giro, siendo la componente axial nula, por lo que la velocidad meridiana  $c_{1m}$  coincide con la radial.

El valor de  $n_s$  es:

$$n_{s} = \frac{n \sqrt{N}}{H_{n}^{5/4}} = \begin{vmatrix} c_{1m} = \frac{Q}{D_{1}b_{1}} = k_{1m} \sqrt{2 g H_{n}} & Q = k_{1m} \sqrt{2 g H_{n}} & D_{1}b_{1} = 13,90 k_{1m} \sqrt{H_{n}} D_{1}b_{1} \\ N = \frac{Q H_{n}}{75} = 0,1853 k_{1m} \sqrt{H_{n}^{3}} D_{1}b_{1} & Para el agua \\ u_{1} = \frac{1}{\sqrt{2 g H_{n}}} \sqrt{2 g H_{n}} = \frac{D_{1}n}{60} ; n = 84,55 \frac{1}{D_{1}} \sqrt{H_{n}} \\ = \frac{84,55 \frac{1}{D_{1}} \sqrt{H_{n}} \sqrt{185,3 k_{1m} D_{1} b_{1} H_{n}^{3/2}}}{H_{n}^{5/4}} = 1150 \frac{1}{\sqrt{k_{1m}} \frac{b_{1}}{D_{1}}} \end{vmatrix}$$

observándose que el coeficiente numérico es el doble del que aparece en las turbinas Pelton, mientras que la relación  $\frac{d}{D}$  se sustituye por  $\sqrt{\frac{b_1}{D_1}}$ .

 $El \, rendimiento \quad influye \, en \, la \, misma \, forma \, que \, en \, las \, Pelton, \, a pareciendo \, el \, coeficiente \, k_{1m} \, de$ 

la componente meridiana  $c_{1m}$  en lugar del coeficiente  $_1$  de la velocidad  $c_1$  del chorro. El rendimiento tiene que ser lo más elevado posible y como la relación  $b_1/D_1$  viene impuesta, sólo quedan como variables que influyen en  $n_s$  los coeficientes  $k_{1m}$  y  $_1$ . Los márgenes de variación de  $k_{1m}$  son limitados, por cuanto para un salto dado  $H_n$  los valores que se fijan para  $k_{1m}$  deben proporcionar una componente  $c_{1m}$  aceptable desde un punto de vista hidráulico. Si se supone un  $H_n$  grande y se da a  $k_{1m}$  un valor elevado, la componente  $c_{1m}$  será también muy elevada, lo cual ocasionará unas pérdidas de carga inadmisibles.



Por el contrario, si tanto  $H_n y k_{1m}$  se toman pequeños, la velocidad  $c_{1m}$  será también pequeña y al tener que evacuar un caudal determinado, la sección de salida del distribuidor tendrá que ser muy grande, lo que exigiría una rueda demasiado grande.



Fig VII.9.- Dimensiones del distribuidor b<sub>1</sub> y D<sub>1</sub>, ángulo de ataque  $_1$  y coeficientes óptimos de velocidad  $_1$  y  $_2$  para turbinas Francis en función de n<sub>S</sub>

## VII.3.- ALGUNAS RELACIONES ENTRE PARÁMETROS DE DISEÑO

*Relación entre*  $D_2$ , *n y Q; fórmula de Ahlfors.-* Hay que calcular el diámetro  $D_2$  a la salida, que haga mínima la suma de las pérdidas de carga en el rodete y las pérdidas de energía en el difusor.

Pérdidas de carga,

a) En el rodete, 
$$h_r = m^2 \frac{w_1^2}{2 g} = m^2 \frac{2}{1} H_n$$
  
b) En el difusor,  $h_s = s^2 \frac{c_2^2}{2 g} = s^2 \frac{2}{2} H_n$ 

en las que *m* y *s* son coeficientes numéricos y en las que se ha tenido en cuenta la condición de rendimiento máximo  $_2 = 90^\circ$  por lo que:  $c_{2n} = 0$  y  $\mu_2 = 0$ , Fig VII.10.

Las pérdidas en el rodete y tubo de aspiración se pueden poner en función de  $_2$  y  $_2$  en la forma:

$$= h_{r} + h_{s} = (m^{2} \ \frac{2}{1} + s^{2} \ \frac{2}{2}) H_{n} = \begin{vmatrix} w_{2} = w_{1} \ ; & 2 = 1 \ ; & \frac{2}{1} = \frac{2}{2} = \frac{2}{2} + \frac{2}{2} \\ & w_{2} = 2\sqrt{2 g H_{n}} \\ w_{2}^{2} = c_{2}^{2} + u_{2}^{2} \ ; & c_{2} = 2\sqrt{2 g H_{n}} \\ & u_{2} = 2\sqrt{2 g H_{n}} \end{vmatrix} = (m^{2} \ \frac{2}{2} + \frac{2}{2} + \frac{2}{2} + s^{2} \ \frac{2}{2}) H_{n} = \{m^{2} \ \frac{2}{2} + s^{2} \ 2 + s^{$$

Para calcular  $_2$  en función del caudal máximo Q, *n* y D<sub>2</sub>, hay que tener presente que en una turbina hay dos tipos de caudales, el máximo Q y el de diseño Q<sup>\*</sup>, que suele tomarse como 7Q/8; si

llamamos  $Q^* = -Q$ , resulta:

$$c_{2} = \frac{4 Q^{*}}{D_{2}^{2}} = \frac{4 Q}{D_{2}^{2}} = \sqrt{2 g H_{n}} \qquad \qquad 2 = \frac{c_{2}^{2}}{2 g H_{n}} = \frac{16 ^{2} Q^{2}}{2 g H_{n} ^{2} D_{2}^{4}} = 0,0633 \frac{Q^{2}}{H_{n} D_{2}^{4}}$$
$$u_{2} = \sqrt{2 g H_{n}} = \frac{D_{2}}{2} \frac{n}{30} \qquad \qquad 2 = \frac{D_{2}^{2} ^{2} n^{2}}{7200 g H_{n}} = 1,3987.10^{-4} \frac{n^{2} D_{2}^{2}}{H_{n}}$$

y la expresión de las pérdidas de carga :

= 0,0633 
$$\frac{Q^2}{D_2^4}$$
 ( $\frac{m^2}{2}$  + s<sup>2</sup>) + 1,3987.10<sup>-4</sup> n<sup>2</sup> D<sub>2</sub><sup>2</sup>  $\frac{m^2}{2}$ 

El diámetro  $D_2$  más ventajoso se obtiene anulando la derivada de respecto de  $D_2$ :

$$\frac{d}{dD_2} = -0,253 \frac{Q^2}{D_2^5} \left(\frac{m^2}{2} + s^2\right) + 2,7974.10^{-4} n^2 D_2 \frac{m^2}{2} = 0$$
  
$$D_2^6 = 905,35 \frac{Q^2}{n^2} \left(\frac{s^2}{m^2} + 1\right) \quad ; \quad D_2 = 3,11 \sqrt[6]{\frac{Q^2}{n^2} \left(\frac{s^2}{m^2} + 1\right)}$$

Teniendo en cuenta que unos valores de s<br/> y mgeneralmente aceptados son: s = 0,7 y m = 0,25, resulta:

$$D_2 = 3,2519 \, \sqrt[6]{\frac{2 \, Q^2}{n^2}} \, (8,33 \, ^2 + 1)$$

y si se considera un valor medio de = 0,91 resulta un valor para D<sub>2</sub> que se conoce como fórmula de Ahlfors, de la forma:

$$D_2 = 4,375 \sqrt[3]{\frac{Q}{n}}$$

Relación entre  $u_2 y n_s$ , (valor de  $\xi_2$ )

$$u_{2} = {}_{2}\sqrt{2 \text{ g H}_{n}} = \frac{D_{2}}{2} \frac{n}{30}$$

$${}_{2} = 0,0118 \frac{n D_{2}}{\sqrt{H_{n}}} = \left| D_{2} = 4,375 \sqrt[3]{\frac{Q}{n}} \right| = 0,0517 \frac{\sqrt[3]{Q n^{2}}}{\sqrt{H_{n}}} =$$

$$= \left| n_{s} = \frac{n \sqrt{N}}{H_{s}^{5/4}} = \left| N = 13,33 \text{ Q H}_{n} \right| = \frac{3,65 \text{ n } \sqrt{Q}}{H_{n}^{3/4}}$$

$$= \left| n_{s} = 0,2738 \frac{n_{s} H_{n}^{3/4}}{\sqrt{Q}} \right| = 0,075 n_{s}^{2} H_{n}^{3/2} = 0,0218 \sqrt[3]{\frac{n_{s}^{2}}{2}} = \frac{u_{2}}{\sqrt{2 \text{ g H}_{n}}}$$

que es la expresión de la que se deduce el valor de  $u_2$  en función de  $n_s$ , Fig VII.11.



Para, = 0,85 resulta:  $_2 = 0,023 n_s^{2/3} = \frac{u_2}{\sqrt{2 g H_n}}$ 

válida para 200 <  $n_{\rm s}$  < 600 que se aproxima a la que, experimentalmente, obtuvieron Voetsch y Allis Chalmers.

#### Relación entre $n_s$ , $\xi_2 y \varphi_2$

La sección de salida de la turbina es:  $_2 = \frac{D_2^2}{4}$ 

Si el eje que acciona la turbina tiene un diámetro d y atraviesa el difusor, el área efectiva de salida es, , en la forma:

$$_{2} = \frac{(D_{2}^{2} - d^{2})}{4} = \begin{vmatrix} D_{2}^{2} - d^{2} \\ D_{2}^{2} \end{vmatrix} < 1 \end{vmatrix} = \frac{D_{2}^{2}}{4} = \frac{D_{2}^{2}}{4} = \frac{D_{2}^{2}}{4}$$

El caudal que sale por el difusor se puede obtener a partir del caudal Q inicial que entra en la turbina, siendo su valor:



Fig VII.12.- Dimensiones de rodetes Francis y Kaplan



Fig VII.13.- Relación entre n<sub>s</sub> y la forma del rodete

El valor de la potencia es:

$$N = 13,33 \text{ QH}_{n} = 46,57 \frac{D_{2}^{2} \sqrt{H_{n}^{3}}}{\text{vol}}$$

El valor de  $n_s$  se puede poner en la forma:

$$n_{s} = \frac{n\sqrt{N}}{H_{n}^{5/4}} = \left| n = 84,55 \frac{1}{D_{1}} \sqrt{H_{n}} = \frac{\frac{u_{2}}{u_{1}}}{\frac{1}{D_{1}}} = \frac{2}{1} = \frac{D_{2}}{D_{1}} = 84,55 \frac{2}{D_{2}} \sqrt{H_{n}} \right| = \frac{\frac{1}{D_{1}}}{\frac{1}{D_{1}}} = \frac{2}{D_{2}}$$
$$= \frac{\frac{84,55 \frac{2}{D_{2}} \sqrt{\frac{46,57 D_{2}^{2} - 2 H_{n}^{5/2}}{\frac{vol}{H_{n}^{5/4}}}}{\frac{H_{n}^{5/4}}{H_{n}^{5/4}}} = 577 2 \sqrt{\frac{2}{vol}}$$

Para el caso general de considerar los valores medios: = 0.85, = 0.85 y <sub>vol</sub> = 0.95, resulta:

$$n_{s} = 503, 2 \ _{2} \sqrt{2} = \left| \begin{array}{c} 2 = 0,023 \ n_{s}^{2/3} \right| = 11,57 \ n_{s}^{2/3} \sqrt{2} \\ 2 = \frac{c_{2}^{2}}{2 \ g \ H_{n}} = 5,57.10^{-5} \ n_{s}^{4/3} = f_{2}(n_{s}) \end{array}$$

y para: = 1 ; = 0,85 ; vol = 0,95  $n_s = 545,8_2 \sqrt{2}$ 

que dicen que a medida que  $n_s$  crece  $_2$  también crece, por lo que las pérdidas de carga a la salida crecen también, aunque provisionalmente, por cuanto el tubo de aspiración va a permitir recuperar parte de esas pérdidas, que de no existir, se perderían totalmente. Este resultado es de aplicación al cálculo de la altura H<sub>s</sub> del aspirador-difusor, como veremos más adelante.



#### Relación entre n<sub>s</sub> y H<sub>n</sub>

La representación gráfica de la Fig VII.14 es muy simple; la zona que está por debajo de la línea continua, proporciona valores aplicables de modo satisfactorio, mientras que hay que evitar la zona que está por encima. La curva propuesta por Oesterlen considera una serie de turbinas recientes por lo que los límites por ella fijados, son los máximos a no sobrepasar.

#### VII.4.- CÁMARA ESPIRAL

La cámara espiral tiene como misión el dirigir convenientemente el agua en el distribuidor; para calcular sus dimensiones, la supondremos de sección circular, aunque también puede ser rectangular; su forma es tal que la velocidad media tiene que ser la misma en cualquier punto del caracol, evitándose así las pérdidas ocasionadas por los cambios bruscos de velocidad.

A su vez, el agua no debe penetrar en la cámara espiral con una velocidad demasiado grande, ya que las pérdidas podrían ser excesivas.

Para, Cámaras espirales metálicas,  $c_e = 0,18 + 0,28 \sqrt{2 g H_n}$ Cámaras de hormigón,  $c_e = 0,13 \sqrt{2 g H_n}$ 



Fig VII.15.- Cámara espiral de una turbina Francis

Si la cámara se divide, por ejemplo, en 8 secciones, Fig VII.15, cada una a  $45^{\circ}$  y el caudal entrante es Q, la sección de entrada  $_{1}$  es:

$$_{1} = \frac{Q}{c_{e}} = \frac{d_{1}^{2}}{4}$$
;  $d_{1} = 1,128 \sqrt{\frac{Q}{c_{e}}}$ 

Las secciones  $_2$ ,  $_2$ ,... son atravesadas únicamente por 7Q/8, 6Q/8, ..., respectivamente; como la velocidad c<sub>e</sub> del agua en cualquier sección tiene que ser constante, resulta:

$$\frac{7 Q}{8} = _{2} c_{e} = \frac{d_{2}^{2}}{4} c_{e} \qquad d_{2} = 1,055 \sqrt{\frac{Q}{c_{e}}} = \sqrt{\frac{7}{8}} d_{1}$$

$$\frac{6 Q}{8} = _{3} c_{e} = \frac{d_{3}^{2}}{4} c_{e} \qquad d_{3} = 0,977 \sqrt{\frac{Q}{c_{e}}} = \sqrt{\frac{6}{8}} d_{1}$$

y así sucesivamente:

$$d_4 = \sqrt{\frac{5}{8}} d_1$$
;  $d_5 = \sqrt{\frac{4}{8}} d_1$ ;  $d_6 = \sqrt{\frac{3}{8}} d_1$ ;  $d_7 = \sqrt{\frac{2}{8}} d_1$ ;  $d_8 = \sqrt{\frac{1}{8}} d_1$ 

diámetros que, normalmente, se suelen aumentar en la práctica para tener en cuenta el rozamiento y la obstrucción de las directrices, cuya misión es la de servir de guía al agua antes de penetrar en el distribuidor, y cuyo número es del orden de 6 a 8 como máximo.

#### **VII.5.- EL DISTRIBUIDOR**

El distribuidor tiene como misión dirigir convenientemente el agua hacia los álabes del rodete, regulando el caudal admitido, y modificando de esta forma la potencia de la turbina, ajustándose en lo posible a las variaciones de carga de la red, Fig VII.16.



Fig VII.16.- Directrices del distribuidor

La *regulación* se realiza, teóricamente, sin variación de la velocidad absoluta de entrada del agua en el rodete  $c_I$ , ya que lo único que se modifica es el ángulo  $_1$  dentro del plano perpendicular al eje de rotación de la turbina, lo que implica que  $c_I$  no tenga componente axial.

La componente tangencial  $c_{In}$  no da lugar a gasto alguno, ya que éste viene determinado por el módulo de la componente radial en el distribuidor  $c_{Ir}$ , de la forma:

Q = 2  $r_1 b_1 c_{1r} = 2$   $r_1 b_1 c_{1m}$ 

El índice de  $c_I$  describe, por ser constante, un arco de circunferencia, aunque en la práctica esto no es riguroso, ya que al contraerse la vena líquida al disminuir la abertura del distribuidor, se produce un aumento de  $c_I$ , Fig VII.17.



Fig VII.17.- Componentes de c1 cuando se modifican las directrices del distribuidor

Al modificarse la dirección de  $c_I$  por la acción de las directrices del distribuidor, la velocidad relativa en el rodete  $w_I$  cambia de magnitud y dirección y el agua a la entrada en el rodete, cuando éste trabaje fuera de las condiciones de diseño, dejará de ser tangente a los álabes.

El triángulo de velocidades a la entrada del rodete proporciona una velocidad relativa  $w_{I'}$  que se descompone en otras dos: una  $w_{I'm}$  según la dirección tangencial al álabe en M, y otra  $w_{I'n}$  perpendicular a la anterior es la componente de choque que origina unas pérdidas a la entrada, Fig VII.18.

Aparte de estas pérdidas, en el distribuidor aparecen otras relativas a torbellinos y rozamientos, que junto con las de choque, originan una pérdida de rendimiento.

Con la variación de  $_1$  se modifica la componente radial  $c_{Im}$  y con ella el valor del caudal. Como la turbina tiene que funcionar a velocidad constante para mantener la frecuencia de la corriente eléctrica generada en el alternador, *implica que u*\_1 sea constante para cualquier caudal, lo que se consigue con el regulador de velocidad que actúa sobre las directrices móviles del distribuidor.

Un distribuidor tipo de las turbinas Francis es el representado en la Fig VII.19, en el que:

Las antedirectrices son fijas (predistribuidor)

Las *directrices* orientables del distribuidor, se accionan mediante un anillo de maniobra que se puede mover mediante un servomotor dependiente del regulador de la turbina.



Fig VII.18.- Componentes de w1 y triángulo de velocidades a la entrada al modificar las directrices del distribuidor

*Perfil de los álabes de las directrices.-* Las *directrices son superficies desarrollables cilíndricas de generatrices paralelas al eje de rotación de la turbina*; su perfil se determina de modo que no haya transformación de energía hidráulica en mecánica al paso del agua por el distribuidor, procurando evitar al máximo las pérdidas por rozamiento y torbellinos.

Para calcular este perfil, lo lógico es determinar *la trayectoria ideal de la vena fluida*; para ello, como el paso del agua por el distribuidor no genera ningún tipo de energía, si consideramos un punto A cualquiera de la trayectoria (PAB) del agua en el distribuidor, Fig VII.20, la condición:



Fig VII.19.- Distribuidor Fick TF.VII.-84

$$d\mathbf{N} = Q_{man}dH_n = \left| H_{ef} = man H_n = \frac{u_1 c_{1n} - u_2 c_{2n}}{g} \right| = Q \frac{d(u c_n)}{g} = 0 \qquad u c_n = Cte$$
$$u c_n = r w c_n = |w| = Cte | = Cte \qquad r c_n = k$$

por lo que, cuando se cumple, la circulación por el distribuidor es irrotacional.

De las dos componentes  $c_n$  y  $c_r$  la tangencial  $c_n$  no proporciona caudal alguno, por lo que el caudal que atraviesa el distribuidor es:

$$Q = 2 r b_1 c_r = Cte ; r c_r = \frac{Q}{2 b_1} = Cte$$

La trayectoria de los filetes líquidos debe satisfacer las condiciones:

$$rc_n = k$$

$$rc_r = \frac{Q}{2 b_1} = k' \qquad \frac{c_n}{c_r} = \frac{2 b_1 k}{Q} = Cte = tg$$

por lo que en cada punto de la trayectoria, la velocidad forma un ángulo constante con el radio.

En coordenadas polares es de la forma:

tg = 
$$\frac{rd}{dr}$$
;  $\frac{dr}{r} = \frac{d}{tg}$ ;  $r = C'e^{\overline{tg}}$  = | Para:  $r = r_1$ ;  $= 0$  | =  $r_1e^{\overline{tg}}$ 

que es una espiral de Arquímedes, a la que se debe ajustar la forma del perfil de las directrices móviles del distribuidor.

El valor de  $c_1$  se obtiene en la forma:

$$c^{2} = c_{r}^{2} + c_{n}^{2} = c_{r}^{2} + c_{r}^{2} tg^{2} = c_{r}^{2} (1 + tg^{2})$$

$$c = c_{r} \sqrt{1 + tg^{2}} = \frac{Q}{2 - rb_{1}} \sqrt{1 + tg^{2}} = \frac{Q}{2 - rb_{1}cos} = \frac{Q}{2 - rb_{1}sen}$$

Para:









Fig VII.20.- Trayectoria ideal de la vena fluida en el distribuidor

Fig VII.21.- Perfiles de las directrices móviles del distribuidor

siendo Z el número de álabes del distribuidor y  $a_1$  la dimensión indicada en la Fig VII.20, (el paso correspondiente a  $r_1$ ), por lo que el valor de  $_1$  es:

$$\frac{Q}{Z a_1 b_1} = \frac{Q}{2 r_1 b_1 sen_1} \qquad sen_1 = \frac{Z a_1}{2 r_1}$$

En realidad, la forma de las directrices se calcula considerando la espiral de Arquímedes como curva media del álabe, mientras que como perfil del mismo, se toma uno que corresponda a un mínimo de resistencia hidrodinámica, Fig VII.21.

#### VII.6.- EL TUBO DE ASPIRACIÓN

El tubo de aspiración es un auténtico transformador de energía, ya que al crear a la salida de la rueda una depresión, recupera no sólo la mayor parte de la energía cinética que lleva el agua a la salida  $c_2^2/2g$ , sino que también amplía la altura geométrica del salto en una distancia igual a la existente entre la rueda y el nivel del canal de desagüe aguas abajo H<sub>s</sub>; este órgano se conoce también como aspirador-difusor.

Se puede concebir también un aspirador no difusor, que recupere la altura  $H_s$  pero no la energía cinética residual  $c_2^2/2g$ , que estaría constituido simplemente por un tubo cilíndrico sumergido en el canal aguas abajo.

FORMAS DE REALIZACIÓN DE LOS DIFUSORES.- Las formas de realización de los difusores varían con el  $n_s$  de la turbina y con el tipo de instalación. Para las turbinas de eje horizontal y pequeños valores de  $n_s$  el tubo de aspiración puede ser una simple tubería acodada, de sección creciente, Fig VII.22.a, que desemboca por debajo del nivel del agua del canal.

Para reducir el efecto perjudicial del codo, se puede utilizar para la parte recta final una disposición inclinada.

Para las turbinas de eje vertical, la forma del difusor puede ser, para valores pequeños de  $n_s$  la de un simple tronco de cono, Fig VII.22.b, pero tiene el inconveniente de necesitar un canal de desagüe en la perpendicular de la turbina. Para paliar este inconveniente se puede utilizar un difusor-aspirador acodado Fig VII.27.

Las turbinas en las que  $c_2$  es relativamente grande, van provistas de un aspirador-difusor de altura de aspiración pequeña a fin de evitar la cavitación, por cuanto a mayor  $c_2$  menor  $p_2$ ..

Como conviene que el ensanchamiento del tubo sea progresivo se adoptan tubos de aspiración acodados, en los que la recuperación de la velocidad se realiza, casi en su totalidad, en el tramo horizontal del codo.

Cuando se utilizan en saltos muy pequeños de 1 a 2 metros, el rodete debe quedar por lo menos, a 1 metro por encima del nivel del canal.

Como caso extremo sería posible utilizar un difusor que no crease ningún vacío estático,  $H_s=0$ , o sin depresión en ningún punto, por lo que el rodete tendría que estar sumergido por debajo del nivel del canal de escape.



Fig VII.22.- Formas simples del difusor

El aspirador-difusor acodado tiene la ventaja, sobre el aspirador recto, de reducir la profundidad de las fundaciones y por consiguiente, los trabajos de construcción, a veces muy costosos. Por el contrario tiene el inconveniente respecto a los demás, de que aumenta las dimensiones transversales y, por lo tanto, las de la sala de máquinas.

#### TUBO DE ASPIRACIÓN VERTICAL

*Ganancia de salto neto en el aspirador difusor.-* Para calcular la *ganancia de salto neto en el aspirador difusor*, consideraremos dos situaciones: una turbina Francis con difusor B y otra sin él A, a las que aplicaremos el criterio europeo, Fig VII.23.

Turbina A: 
$$H_n = (\frac{c_1^2}{2g} + \frac{p_1}{1} + z_1) - (\frac{c_2^2}{2g} + \frac{p_{atm}}{1} + z_2)$$
  
Turbina B:  $H'_n = (\frac{c_1^2}{2g} + \frac{p_1}{1} + z_1) - (\frac{c_2^2}{2g} + \frac{p_2}{2g} + z_2) = (\frac{c_1^2}{2g} + \frac{p_1}{1} + z_1) - (\frac{c_a^2}{2g} + \frac{p_{atm}}{1} + z_a)$   
 $H'_n - H_n = \frac{p_{atm} - p_2}{2g} = \frac{c_2^2 - c_a^2}{2g} + z_2 - z_a = \begin{vmatrix} z_2 - z_a = H_s \\ \frac{c_a^2}{2g} & 0 \end{vmatrix} = \frac{c_2^2}{2g} + H_s$ 



Fig VII.23.- Turbina sin y con tubo de aspiración

*Ganancia de salto efectivo en el aspirador difusor.-* Si se tienen en cuenta las pérdidas de carga en el difusor y a la salida, la energía recuperada en el aspirador-difusor, Fig VII.23, es:

 $\begin{aligned} \text{Turbina}(A): \text{H}_{\text{efec}} &= \left(\frac{c_1^2}{2 \text{ g}} + \frac{p_1}{2 \text{ g}} + z_1\right) \cdot \left(\frac{c_2^2}{2 \text{ g}} + \frac{p_{\text{atm}}}{2 \text{ g}} + z_2 + h_r\right) \\ \text{Turbina}(B): \text{H}_{\text{efec}} &= \left(\frac{c_1^2}{2 \text{ g}} + \frac{p_1}{2 \text{ g}} + z_1\right) \cdot \left(\frac{c_2^2}{2 \text{ g}} + \frac{p_2}{2 \text{ g}} + z_2 + h_r\right) = \\ &= \left(\frac{c_1^2}{2 \text{ g}} + \frac{p_1}{2 \text{ g}} + z_1\right) \cdot \left(\frac{c_a^2}{2 \text{ g}} + \frac{p_{\text{atm}}}{2 \text{ g}} + z_a + h_r + h_s + h_s'\right) \\ \text{H}_{\text{efec}} - \text{H}_{\text{efec}} &= \frac{p_{\text{atm}} - p_2}{2 \text{ g}} = \frac{c_2^2 \cdot c_a^2}{2 \text{ g}} + (z_2 \cdot z_a) \cdot (h_s + h_s') = \begin{vmatrix} \frac{c_a^2}{2 \text{ g}} & 0 \\ h_s' = \frac{c_2^2 \cdot c_a^2}{2 \text{ g}} & \frac{c_2^2}{2 \text{ g}} \end{vmatrix} = \\ &= \frac{p_{\text{atm}} - p_2}{2 \text{ g}} = \frac{c_2^2 \cdot c_a^2}{2 \text{ g}} + H_s \cdot h_s \end{aligned}$ 

en la que:  $\frac{c_2^2 - c_2^2}{2g}, \text{ es la altura dinámica teórica de aspiración}}{\frac{c_2^2 - c_2^2}{2g}}, \text{ es la altura dinámica real de aspiración}}$ 

**RENDIMIENTO DEL ASPIRADOR-DIFUSOR.-** Si se define el rendimiento del difusor d en la forma:

$$_{d} = \frac{\frac{c_{2}^{2} - c_{2}^{2}}{2 g} - h_{s}}{\frac{c_{2}^{2} - c_{2}^{2}}{2 g}} \qquad h_{s} = \frac{c_{2}^{2} - c_{2}^{2}}{2 g} (1 - d)$$

la energía realmente recuperada se convierte en:

$$H'_{efec} - H_{efec} = \frac{c_2^2 - c_2^2}{2g} + H_s = \frac{p_{atm} - p_2}{2g}$$

El rendimiento del difusor depende mucho de su forma; si está racionalmente construido puede llegar a ser de un  $80\% \div 90\%$ ; si es troncocónico y no se despega el agua de las paredes, se puede obtener un rendimiento comprendido entre el  $50\% \div 60\%$  y si el difusor es acodado en ángulo recto, con sección circular en la turbina de eje horizontal, vale entre el  $41\% \div 50\%$ .

La altura del tubo de aspiración  $H_s$  se obtiene de la anterior, en la forma:

$$H_{s} = \frac{p_{atm} - p_{2}}{2 g} - \frac{c_{2}^{2} - c_{2}^{2}}{2 g} = \left| \frac{c_{2}^{2}}{2 g} - 0 \right| = \frac{p_{atm} - p_{2}}{2 g} - \frac{c_{2}^{2}}{2 g} = 0$$

que depende de la altura representativa de la presión atmosférica ( $p_{atm}$ /) donde está emplazado el rodete, de la velocidad  $c_2$  de salida del agua del mismo, del rendimiento del tubo de aspiración y de la

altura representativa de la presión a la entrada del tubo ( $p_2/$ ), que se puede considerar suma de la altura piezométrica y de la tensión de vapor, variable con la temperatura y despreciable hasta los 20°C. Para conseguir un buen funcionamiento y evitar problemas de cavitación en las Francis lentas y normales, es conveniente que la altura de presión ( $p_2/$ ) a la salida del rodete y entrada en el difusor, esté por encima de los 2 m.c.a.,  $p_2/$  > 2 m.

Teniendo en cuenta que en un aspirador difusor bien construido, el valor de  $(c_2^2/2g)$  es muy pequeño, se puede admitir para H<sub>s</sub> un valor que no se debe sobrepasar en ningún momento, de la forma:

$$H_{s} = \frac{p_{atm}}{2} - 2 - \frac{c_{2}^{2}}{2g} d$$

*CURVAS DE ROGERS Y MOODY.-* Aunque se ha considerado que la presión de seguridad  $p_2$  debe ser mayor o igual que 2 m, en realidad, la presión límite  $p_2$  por debajo de la cual no se debe descender depende de los valores de  $n_s$  y H<sub>s</sub>; Rogers y Moody proponen unas curvas que relacionan:

a) Los valores  $p_2$ ,  $n_s$  y H<sub>n</sub> en la forma, Fig VII.24:



b) Los valores  $c_2$ ,  $n_s$  y H<sub>n</sub> en la forma, Fig VII 25:

$$\frac{c_2^2}{2g} = f_2(n_s) H_n = 5,57.10^{-5} n_s^{4/3} H_n \qquad \frac{c_2^2}{2gH_n} = f_2(n_s) = \frac{2}{2}$$

de modo que si en una turbina se conocen  $n_s$  y  $H_n$  la altura máxima del tubo de aspiración  $H_s$  se calcula a partir de las expresiones anteriores para la velocidad específica  $n_s$  dada y de ahí los valores de  $p_2$  y  $c_2$ .



Fig VII.25.- Orden de magnitud de las pérdidas provisionales a la salida para calcular f2(ns)

Si se sustituyen estos valores en la expresión de  $H_s$  anteriormente deducida, se obtiene el valor de la altura máxima del tubo de aspiración en función de  $n_s$  y  $H_n$ :

$$H_{s} = \frac{p_{atm}}{r} - f_{1}(n_{s}) H_{n} - f_{2}(n_{s}) H_{n} = \begin{vmatrix} f_{1}(n_{s}) = a_{1} \\ f_{2}(n_{s}) = \frac{p_{atm}}{2} \end{vmatrix} = \frac{p_{atm}}{r} - H_{n}(a_{1} + \frac{2}{2} d)$$





que es la ecuación de una recta, que dice que la altura máxima  $H_s$  del aspirador difusor varía linealmente con  $H_n$  como se muestra en la Fig VII.26.

*En las turbinas Francis lentas*, el papel principal del tubo de aspiración es crear la depresión estática (vacío) correspondiente a la altura de aspiración  $H_s$ , por lo que, fundamentalmente, actúa como aspirador.

En las turbinas Francis rápidas y en las turbinas hélice y Kaplan, ésta misión del aspirador disminuye, siendo su principal papel el de actuar como difusor.

*DIFUSOR ACODADO.-* Para el *difusor acodado* se puede establecer una teoría análoga a la del difusor recto, Fig VII.27.



Fig VII.27.- Difusor acodado

La energía recuperada, igual al vacío en 2, vale:

 $H'_{efec} - H_{efec} = \frac{p_{atm} - p_2}{p_{atm} - p_2}$ 

Aplicando Bernoulli entre los puntos 2 y  $M_a$  del difusor acodado, se tiene:

$$\frac{c_2^2}{2g} + \frac{p_2}{2g} + z_2 = \frac{c_a^2}{2g} + \frac{p_{atm}}{2g} + z_a + h_s + h'_s$$

$$\frac{p_{atm} - p_2}{2g} = \frac{c_2^2 - c_a^2}{2g} + z_2 - z_a - h_s - h'_s = \frac{c_2^2 - c_a^2}{2g} + H_s - h_s - h'_s$$

Despreciando  $\frac{c_a^2}{2g}$  y teniendo en cuenta que las pérdidas por choque a la salida del difusor son: h<sub>s</sub>'  $\frac{(c_{2'} - c_a)^2}{2g} - \frac{c_{a'}^2}{2g}$ 

la energía recuperada es:

 $H'_{efec} - H_{efec} = \frac{p_{atm} - p_2}{2g} = \frac{c_2^2 - c_2^2}{2g} - h_s + H_s = \frac{c_2^2 - c_2^2}{2g} + H_s$ 

y la altura  $\ensuremath{H_{\mathrm{s}}}$  del tubo de aspiración:

$$H_{s} = \frac{p_{atm} - p_{2}}{2g} - \frac{c_{2}^{2} - c_{2}^{2}}{2g} \quad d = \left| c_{2}^{2} < < \right| = \frac{p_{atm} - p_{2}}{2g} - \frac{c_{2}^{2}}{2g} \quad d$$

que es la altura del tubo de aspiración, idéntica a la del aspirador-difusor no acodado.

#### **VII.7.- COEFICIENTE DE CAVITACIÓN**

Hasta ahora no se ha tenido en cuenta la cavitación, pero en las turbinas Francis puede aparecer localizada sobre las palas a la salida, fenómeno que se puede representar por la expresión k  $w_1^2/2$  g y que hay que añadir a la ecuación anterior, por lo que H<sub>s</sub> se puede poner en la forma:

$$H_{s} = \frac{p_{atm} - p_{2}}{2 g} - \frac{c_{2}^{2}}{2 g} - k \frac{w_{1}^{2}}{2 g} = \frac{p_{atm} - p_{2}}{- H_{n}} - H_{n}$$

observándose que cuanto mayor sea el salto  $H_n$  menor será la altura de aspiración  $H_s$ ; en la práctica, para que la columna de agua en el aspirador-difusor no se despegue de las paredes, el valor de  $H_s$  tiene que ser, en las turbinas Francis,  $H_s < 6$  m, y en las turbinas hélice y Kaplan,  $H_s < 4$  m.

El coeficiente de Thoma define el límite de la cavitación; se determina experimentalmente, y depende del coeficiente k que es función de la longitud de los álabes; si éstos son largos k 0, la presión  $p_2$  aumenta (la depresión disminuye), el coeficiente de cavitación disminuye y el peligro de cavitación también.

El caso más desfavorable se presenta para:  $p_2 = 0$   $H_s = \frac{p_{atm}}{P_{atm}} - H_n$ 

Otra forma de interpretar el valor de es:

$$= \frac{\frac{p_{atm} - p_2}{H_n} - H_s}{H_n} = \left| H_s = \frac{p_{atm} - p_2}{2 g} - \frac{c_2^2}{2 g} - k \frac{w_1^2}{2 g} \right| = \frac{\frac{c_2^2}{2 g}}{H_n} - k \frac{w_1^2}{2 g} = \frac{\frac{c_2^2}{2 g}}{H_n} = \frac{1}{2 g}$$

ns	50	100	150	200	250	300	350	400	500	600	700	800
	0,04	0,05	0,08	0,13	0,22	0,31	0,45	0,6	0,7	0,9	1,5	2,1
Tipo turbina	Francis	Hélice y Kaplan										
	lenta	lenta	normal	normal	rápida	rápida	extra	extra				

Tabla VII.1.- Coeficientes de cavitación para diferentes velocidades específicas

En la Fig VII.28 se dan los límites de en función de  $n_s$  por encima de los cuales se evita la cavitación. El empleo de esta curva se puede generalizar a cualquier tipo de turbinas, por cuanto k es variable y ellas se han obtenido para un valor fijo de k, lo cual implica que también lo sea la longitud del álabe. El valor de debe ser el menor posible, pero siempre por encima del definido por la curva frontera de la Fig VII.28.

Estas curvas se pueden tener presentes desde un punto de vista cualitativo, pero para los cálculos prácticos se puede utilizar la formulación propuesta tomando para  $p_2$  los valores que proporciona el diagrama de Rogers y Moody. tomando la precaución de que siempre  $p_2$ / >2 m.c.a. En lugares elevados, en los que la presión barométrica es pequeña, se obtienen valores más pequeños para H<sub>s</sub>; si sale negativo, quiere decir que la turbina tiene que quedar sumergida, más baja que el nivel del canal de desagüe.



Fig VII.28.- Curva frontera de cavitación  $= f(n_s)$  (Thoma)

Tabla VII.2.- Correspondencia entre las alturas al nivel del mar, la presión media y la altura equivalente en metros de c.a., pérdidas de carga en metros y temperatura

Altitud sobre el nivel del mar	Presión a	tmosférica	Pérdidas de carga	Pérdidas por temperatura					
(metros)	(metros) mm de Hg		metros	(metros)					
0	760	10,33	0,00	10°C-0,125					
100	751	10,21	0,12	15°C-0,173					
200	742	10,08	0,25	20°C-0,236					
300	733	9,96	0,37	25°C-0,32					
400	724	9,83	0,50	30°C-0,43					
500	716	9,71	0,62	35°C-0,57					
600	707	9,58	0,75	40°C-0,745					
700	699	9,46	0,87	45°C-0,97					
800	690	9,34	0,99	50°C-1,25					
900	682	9,22	1,11	55°C-1,61					
1000	674	9,11	1,22	60°C-2,04					
1100	666	9,00	1,33	65°C-2,55					
1200	658	8,89	1,44	70°C-3,16					
1300	650	8,78	1,55	89°C-4,81					
1400	642	8,67	1,66	90°C-7,15					
1500	635	8,56	1,77	100°C-10,33					
1600	627	8,45	1,88						

Número específico de revoluciones  $n_s$  a no sobrepasar para evitar la cavitación.- Para evitar la cavitación es conveniente que en la ecuación:

$$f_2(n_s) = \frac{c_2^2}{2 g H_n} = \frac{2}{2}$$

el término cinético  $c_2^2/2g$  no sobrepase de una cierta fracción del valor de  $H_n$  por cuanto al aumentar dicho término disminuye la presión  $p_2$  a la salida de la turbina, aumentando la cavitación; en consecuencia, para cada salto  $H_n$  existirá un valor límite de  $c_2^2/2g$  que no se debe sobrepasar.

#### **VII.8.- PERFIL DEL ASPIRADOR-DIFUSOR**

Si se considera que el agua circula por la turbina en condiciones ideales, se puede prescindir del rozamiento en las paredes, y si se considera a su vez un proceso isotérmico, en un campo de fuerzas conservativo, (el campo terrestre), la circulación de la velocidad a lo largo de un contorno cerrado es constante. También se verifica que si en un instante dado existe un potencial de velocidades, éste se conserva si se cumplen las condiciones anteriores.

*El potencial*  $\phi$  *de velocidades,* propuesto por Präsil, para el estudio del aspirador difusor, es de la forma:

$$= (-x^2 - y^2 + 2z^2)m$$

en el que el eje Oz coincide con la vertical, (dirección del campo terrestre), positivo hacia arriba.

Como el potencial, = Cte, *la ecuación de las superficies equipotenciales* es:

$$x^{2} + y^{2} - 2z^{2} = Cte$$

En esta situación, si la velocidad tiene de componentes, u, v, w, se puede poner:

 $u = \frac{1}{x} = -2 \times m$ ;  $v = \frac{1}{y} = -2 \times m$ ;  $w = \frac{1}{z} = 4 \times m$ 

y la ecuación de las superficies de igual velocidad:

 $V^2 = u^2 + v^2 + w^2 = 4 m^2 \{x^2 + y^2 + 4 z^2\}$   $x^2 + y^2 + 4 z^2 = Cte$ 

Las líneas de corriente  $\psi$  en un movimiento permanente coinciden con las trayectorias, y son ortogonales a las superficies equipotenciales ; su ecuación es de la forma:

$$\frac{\mathrm{dx}}{\mathrm{u}} = \frac{\mathrm{dy}}{\mathrm{v}} = \frac{\mathrm{dz}}{\mathrm{w}} \quad ; \quad \frac{\mathrm{dx}}{\mathrm{u}} = \frac{\mathrm{dz}}{\mathrm{w}} \quad ; \quad \frac{\mathrm{dx}}{-2\,\mathrm{x\,m}} = \frac{\mathrm{dz}}{4\,\mathrm{m\,z}} \quad ; \quad \frac{\mathrm{dx}}{\mathrm{x}} = -\frac{\mathrm{dz}}{2\,\mathrm{z}} \qquad z\,\mathrm{x}^2 = \mathrm{k}_1$$
$$\frac{\mathrm{dy}}{\mathrm{v}} = \frac{\mathrm{dz}}{\mathrm{w}} \quad ; \quad \frac{\mathrm{dy}}{-2\,\mathrm{y\,m}} = \frac{\mathrm{dz}}{4\,\mathrm{m\,z}} \quad ; \quad \frac{\mathrm{dy}}{\mathrm{y}} = -\frac{\mathrm{dz}}{2\,\mathrm{z}} \qquad z\,\mathrm{y}^2 = \mathrm{k}_2$$

Para que no exista cavitación, el perfil de la pared del difusor tiene que coincidir con las líneas de corriente; si la sección transversal del difusor es circular, para cada valor de *z* se tiene:

$$x^{2} + y^{2} = r^{2}$$

y sustituyendo los valores de las líneas de corriente se obtiene la fórmula de Präsil:

$$\frac{k_1}{z} + \frac{k_2}{z} = r^2 ; k_1 + k_2 = zr^2 ; k = zr^2$$

que es la ecuación de las superficies de flujo y, por lo tanto, la del perfil de la superficie de la pared del tubo de aspiración, (que debe ser vertical), y que mejor se ajusta a la ley de variación de la velocidad cumpliendo las mejores condiciones para lograr una corriente continua de agua. La constante k se calcula para velocidades del agua a la salida del difusor c<sub>2</sub>, muy pequeñas, inferiores a 1 m/seg.

Turbinas Francis								
Tipo	ns	Q11	n <sub>11</sub>	H <sub>máx</sub>				
Lenta	60-125	0,10-0,35	60,8-63.6	700-420	0,041-0,060			
Normal	125-175	0,35-0,59	63,6-67,5	420-241	0,060-0,085			
	175-225	0,59-0,83	67,5-72,6	241-150	0,085-0,120			
Rápida	225-290	0,83-1,13	72,6-81,0	150-90	0,120-0,185			
	290-350	1,13-1,28	81,0-92,2	90-64	0,185-0,270			

Tabla VII.3.- Coeficientes de cavitación para diferentes velocidades específicas en turbinas unidad

Turbinas hélice y Kaplan									
Tipo	n <sub>s</sub>			Q11	n <sub>11</sub>	H <sub>máx</sub>			
8 palas	280	410	530	0,93-1,29	85-145	50	0,30-0,55		
6 palas	380	520	650	1,29-1,60	100-155	35	0,65-0,85		
5 palas	460	630	800	1,60-2,00	110-170	20	0,30-1,20		
4 palas	570	710	880	2,00-2,35	120-180	15	1,20-1,60		
3 palas	670	730	1070	2,35-2,45	135-200	6	1,80-3,50		

En las turbinas hélice y Kaplan, en las que la velocidad c<sub>2</sub> de entrada en el tubo de aspiración debe ser grande para obtener un diámetro D<sub>2</sub> pequeño y gran número de rpm, se hace preciso recuperar gran parte de la energía perdida; para reducir estas pérdidas se tiene que disminuir la velocidad del agua a la salida del tubo de aspiración,  $c_{2'} < 1$  m/seg, haciéndolo de mayor longitud, con gran ensanchamiento en el desagüe, y en forma acodada.

## VII.9.- REGULACIÓN DE LAS TURBINAS DE REACCIÓN

Según el método operativo, los sistemas de regulación de velocidad se pueden clasificar en dos grupos:

#### a) De regulación directa; b) De regulación indirecta

**REGULACIÓN DIRECTA.-** Para el caso de regulación directa, Fig VII.29, un regulador centrífugo responde a las variaciones de velocidad de la turbina, y mueve directamente el mando de regulación que abrirá o cerrará la sección de entrada. Si la carga disminuye, el momento resistente disminuirá, y al acelerarse la turbina, los contrapesos del regulador tienden a separarse del eje de rotación y levantar el manguito; una palanca con punto de apoyo en 0 accionará un mecanismo de cierre que disminuirá el caudal.

El par motor disminuye y se consigue el equilibrio dinámico a unas rpm superiores a las anteriores; cada posición del mecanismo de cierre se corresponde con otra de los contrapesos, lo que implica una velocidad predeterminada. Este método de control, típicamente estático, no puede aplicarse a la regulación de turbinas hidráulicas, por las siguientes razones:

a) Ocasiona grandes variaciones de velocidad, y una serie de irregularidades relativamente grandes.

b) Como la fuerza necesaria para regular una turbina hidráulica es grande resulta que este

mecanismo no puede proporcionar una respuesta a las variaciones de velocidad lo suficientemente poderosa como para proporcionar dicha fuerza, ya que, incluso en el caso de grandes contrapesos la fuerza que actuaría en el manguito no llegaría más que a una fracción de kg, frente a la que precisarla la corona que ajusta al distribuidor que puede llegar a ser de varias toneladas. Si se incrementa mucho el peso de los contrapesos, la sensibilidad del mando disminuiría al aumentar los efectos de rozamiento e inercia.



Fig VII.29.- Sistema de regulación de control directo

c) El sistema de regulación de control directo no es operativo para las turbinas hidráulicas, debido a que el movimiento del mecanismo de cierre es síncrono con las variaciones de amplitud de los contrapesos, las cuales son demasiado rápidas para operar en las mismas; el tiempo de cierre del obturador se tiene que fijar independientemente del movimiento del elemento sensible a la velocidad, para reducir o evitar completamente el golpe de ariete.

**REGULACIÓN INDIRECTA.-** El principio general de un sistema de *regulación indirecta* se representa esquemáticamente en la Fig VII.30; los principales elementos que componen el mismo son:



Fig VII.30.- Sistema de regulación indirecta

a) Un elemento sensible a la velocidad, consistente en unos contrapesos con un manguito y una palanca que se apoya y puede girar alrededor de un punto 0. El elemento sensible a la velocidad puede ser también de tipo electromagnético, con una bobina sensible a las variaciones de frecuen-

cia, que las transforma en movimiento mecánico.

b) Una válvula de control o válvula de distribución, accionada a través de la palanca por los elementos sensibles a la velocidad; su cometido es el de distribuir el aceite a presión y enviarlo al correspondiente lado del servomotor. La válvula de control está provista de un pistón doble, de forma que el espacio entre los pistones esté siempre a presión; el doble pistón está en equilibrio indiferente, y pequeñísimas fuerzas externas bastan para desplazarlo. Esta válvula de control tiene una entrada y dos salidas de aceite, así como dos tubos en conexión con el servomotor.

*c) El servomotor*, que por medio de fuerzas hidráulicas controla la posición de la varilla que acciona al distribuidor. Esencialmente consiste en un pistón cuyo diámetro interior viene dado por la fuerza máxima necesaria que requiera el ajuste del distribuidor; la presión de aceite suele ser de 10 a 15 atm., aunque en el caso de unidades muy grandes puede ser superior. La velocidad de respuesta del pistón es una función de la cantidad de aceite proporcionada por el cilindro.



Fig VII.31.- Mecanismo de control por retorno

El principio operativo se puede seguir mediante la Fig VII.31. Si la carga disminuye, la turbina tenderá a acelerarse, los contrapesos se elevan, y el manguito es arrastrado también hacia arriba y acciona por medio de la palanca pivotada la válvula de control, con lo que el aceite a presión entra al lado del servomotor correspondiente al cierre, cerrando el vástago de ajuste al distribuidor. Al mismo tiempo, el aceite del lado de apertura vuelve al depósito, de donde una bomba lo devuelve al circuito de control.

Como consecuencia del cierre del distribuidor, la turbina tiende a desacelerarse, por lo que contrapesos, manguito y válvula de control, vuelven a su posición inicial, cesando la corriente de aceite y alcanzándose una nueva posición de equilibrio, con diferente apertura del distribuidor, pero a las mismas revoluciones por minuto.

El punto de apoyo 0 de la palanca se puede ajustar por medio de una rueda, para mantener la velocidad de régimen; este método de regulación, aunque sumamente sencillo, no da resultados satisfactorios en la práctica; en efecto, si se supone existe una súbita disminución de la carga, la velocidad aumentará, y el regulador comenzará a cerrar; cuando se llegue al equilibrio entre el par motor y el resistente, no se tendrá aceleración posterior. Sin embargo, por ser la velocidad de la turbina algo mayor que la de régimen, el proceso de cierre tiene que continuar, disminuyendo la

velocidad. Cuando la velocidad llegue otra vez a la de régimen, el par motor será menor que el resistente, por lo que la velocidad deberá continuar disminuyendo; debido a ésto, el regulador tiende a abrir el distribuidor, por lo que todo el proceso se reduce a una serie de cierres y aperturas, no siendo utilizable.

Para prevenir un sobrecontrol excesivo en la apertura o el cierre del distribuidor, se utiliza un mecanismo de control por retorno, que constituye el cuarto elemento principal del regulador. Esencialmente consiste en acoplar el desplazamiento del pistón del servo al del punto de apoyo 0 de la palanca del regulador.

Una leva o rampa de deslizamiento que fija al vástago del pistón del servo mueve una varilla y desplaza por medio de un enlace apropiado el punto de apoyo de la palanca del regulador. Para aclarar el principio del retorno en el proceso de regulación, supongamos de nuevo que la carga disminuye súbitamente; la velocidad tenderá a aumentar, y el pistón de la válvula de control se moverá hacia abajo, ya que el punto de apoyo de la palanca del regulador actúa momentáneamente como un centro de rotación fijo.

Cuando el servomotor inicia su movimiento de cierre, el mecanismo de restitución elevará el punto de apoyo de la palanca del regulador, actuando el manguito como centro de rotación, moviéndose el otro extremo de la palanca hacia arriba arrastrando consigo a la válvula piloto; si se proyectan adecuadamente el mecanismo de restitución y los demás elementos, el cierre que seguía al movimiento de apertura se puede detener en sus primeros momentos, previniéndose así los fallos anteriormente señalados.

Aún así, cada posición de equilibrio se tiene para cada posición de la válvula de control, lo cual acontece para diferentes posiciones del manguito del regulador. La posición de la leva y, por tanto, la altura del punto de apoyo depende de la apertura del distribuidor, que es proporcional a la carga de la turbina. La carga más baja se corresponde con la posición más alta del punto de apoyo 0 en un estado de equilibrio; una posición diferente del manguito del regulador debe corresponderse con un estado de carga determinado, y con una velocidad concreta, siendo el sistema de control estático, por cuanto, como hemos dicho, a una velocidad más baja corresponde una carga más alta, y viceversa. Este sistema de control se conoce como *control por retorno rígido*.

La posibilidad de un control manual hay que tenerla siembre presente; el pistón del servo se debe abrir o cerrar a mano durante el arranque o parada de la turbina y se tiene que poder ajustar también a mano en caso de desarreglos en el mecanismo de control automático.

La capacidad del regulador se define por el trabajo obtenido en el servo, al multiplicar la fuerza del servo por su carrera. Las cifras son, para pequeñas unidades, del orden de 50 a 100 kgcm con una carrera de 10 a 15 cm, mientras que, para las grandes unidades, las cifras son del orden de 1000 a 10000 Kgm, y aún mayores para casos especiales; dicha capacidad se puede determinar mediante la siguiente fórmula empírica, en la que N es la potencia de la turbina y un coeficiente:

$$A = -\frac{N}{\sqrt{H_n}} \quad (Kgm)$$

El valor de es: 1,5 < 2,8 para turbinas Francis con caracol 2,2 < 2,5 para turbinas Francis con cámara abierta Los reguladores de inercia representan un avance significativo en las técnicas de regulación de la velocidad, por cuanto son sensibles no sólo a la velocidad, sino también a la aceleración. El valor máximo de la aceleración se alcanza inmediatamente después de la variación de carga; valdrá cero cuando la velocidad sea máxima.

Durante el aumento de velocidad, la velocidad angular y la aceleración tienen el mismo signo, mientras que durante la deceleración son de signos opuestos; en caso de un súbito decrecimiento de la carga, la suma de las acciones de la velocidad y aceleración es máxima, al comienzo del período transitorio, obligando al regulador a cerrar rápidamente. El resultado final es una sustancial reducción de las oscilaciones del regulador.

## VII.10.- CURVAS CARACTERÍSTICAS DE LAS TURBINAS DE REACCIÓN

El funcionamiento de la turbina, para los diferentes regímenes posibles, viene definido por la superficie característica  $f(H_n, Q, n) = 0$ ; cada punto de esta superficie se corresponde con un punto de funcionamiento de la turbina.

La ecuación fundamental de las turbomáquinas, se puede poner en la forma:

$$H_{efec} = \frac{u_1 c_{1n} - u_2 c_{2n}}{g} = \begin{vmatrix} c_{1n} = c_{1m} \cot g & 1 = \frac{Q}{1} \cot g & 1 \\ c_{2n} = u_2 - w_2 \cos & 2 = u_2 - c_{2m} \cot g & 2 = u_2 - \frac{Q}{2} \cot g & 2 \end{vmatrix} = \\ = \frac{1}{g} \{ u_1 \frac{Q}{1} \cot g & 1 - u_2 (u_2 - \frac{Q}{2} \cot g & 2) \} = \begin{vmatrix} u_1 = \frac{D_1 n}{60} & ; & u_2 = \frac{D_2 n}{60} \end{vmatrix} = \\ = \frac{1}{g} \{ \frac{D_1 n}{60} \frac{Q}{1} \cot g & 1 - \frac{D_2 n}{60} (\frac{D_2 n}{60} - \frac{Q}{2} \cot g & 2) \} = \\ = \frac{Q n}{60 g} (\frac{D_1}{1} \cot g & 1 + \frac{D_2}{2} \cot g & 2) - \frac{2 D_2^2 n^2}{3600 g} \\ H_n = \frac{Q n}{60 g} \frac{D_1}{man} (\frac{D_1}{1} \cot g & 1 + \frac{D_2}{2} \cot g & 2) - \frac{2 D_2^2 n^2}{3600 g} \\ \end{vmatrix}$$

es la ecuación de la superficie característica de la turbina, (paraboloide hiperbólico).

#### *Curva característica para n constante y apertura x del distribuidor fijo,* $\alpha_1$ = *Cte*

Al ser: n = Cte;  $_1 = Cte$ ;  $_2 = Cte$  (por ser un dato constructivo), se tiene:

$$H_{efec} = \frac{Qn}{60g} \left( \frac{D_1}{1} \operatorname{cotg}_{1} + \frac{D_2}{2} \operatorname{cotg}_{2} \right) - \frac{^2 D_2^2 n^2}{3600g} = BQ - A$$

que es una recta, Fig VII.33, en la que tanto  $_1$  como  $_2$  son siempre inferiores a 45°, (entre 20° y 30°), por lo que su pendiente es siempre positiva.

El valor de A es idéntico al de las curvas características de las bombas:

$$A = \frac{u_2^2}{g} = \frac{^2 D_2^2 n^2}{3600 g}$$



Fig VII.32.- Triángulos de velocidades a la entrada y a la salida

El valor de B depende del tipo de turbina:

Francis: 
$$H_{efec} = \begin{vmatrix} 1 = D_1 b_1 k_1 \\ 2 = \frac{D_2^2}{4} \end{vmatrix} = \frac{Q n}{60 g} \left( \frac{\cot g 1}{b_1 k_1} + \frac{4}{D_2} \cot g 2 \right) - \frac{2 D_2^2 n^2}{3600 g}$$
  
 $B = \frac{n}{60 g} \left( \frac{\cot g 1}{b_1 k_1} + \frac{4}{D_2} \cot g 2 \right)$   
Kaplan:  $H_{efec} = \begin{vmatrix} 1 = \frac{D_1^2}{4} \\ 2 = \frac{D_2^2}{4} \end{vmatrix} = \frac{Q n}{15 g} \left( \frac{\cot g 1}{D_1} + \frac{\cot g 2}{D_2} \right) - \frac{2 D_2^2 n^2}{3600 g}$   
 $B = \frac{n}{15 g} \left( \frac{\cot g 1}{D_1} + \frac{\cot g 2}{D_2} \right)$ 

Para un régimen cualquiera el salto neto  ${\rm H}_{\rm n}$  es:

$$H_{n} = H - h_{t} = \left| H_{efec} = H - h_{i} = H_{n} - (h_{d} + h_{r} + h_{s}) \right| = H_{efec} + (h_{d} + h_{r} + h_{s})$$

$$\underbrace{H_{o}}_{\text{Embalse}} + \underbrace{N_{n}}_{h_{t}} - \underbrace{N_{n}}_{\eta_{hdr}} + \underbrace{N_{e}}_{\eta_{hdr}} - \underbrace{N_{e}}_{\eta_{hdr}} + \underbrace{N_{e}}_{\eta_$$

a) Se puede admitir que las pérdidas por rozamiento en el distribuidor  $h_d$ , rodete  $h_r$ , y tubo de aspiración  $h_s$ , son proporcionales al cuadrado del caudal Q y vienen representadas, por lo tanto, por una parábola  $P_1$  de la forma:

 $h_{d} + h_{r} + h_{s} = k_{1} Q^{2}$ 

b) También se puede admitir que cuando la turbina no trabaja en condiciones de diseño, y por cambio brusco de la dirección del agua, las *pérdidas por choque* varían con el caudal según otra parábola  $P_2$  de la forma:

$$h_{c} = h'_{d} + h'_{s} = \mu n^{2} + nQ + k_{2}Q^{2}$$

que tiene un mínimo en el punto A correspondiente al funcionamiento óptimo, Fig VII.33.

La curva característica de la turbina es:

$$H_n = H_{efec} + \mu n^2 + nQ + (k_1 + k_2)Q^2 = H_{efec} + \mu n^2 + nQ + k^*Q^2 = H_{efec} + CQ^2 = -A + BQ + CQ^2$$

ecuación que viene representada por  $P_3$ .

La potencia efectiva es:

$$N_{efec} = QH_{efec} = \frac{Q^2 n}{60 g} \left( \frac{D_1 \cot g}{1} + \frac{D_2 \cot g}{2} \right) - \frac{^2 Q D_2^2 n^2}{3600 g} = \frac{Q^2 n}{60 g} \left( \frac{\cot g}{b_1} + \frac{4 \cot g}{b_2} \right) - \frac{^2 Q D_2^2 n^2}{3600 g} = B^*Q^2 - A^*Q$$

que es la ecuación de una parábola P<sub>4</sub> que pasa por el origen 0 y por el punto B, Fig VII.33.



Fig VII.33.- Curvas características

El rendimiento manométrico:

$$_{man} = \frac{H_{efec}}{H_{n}} = \frac{-A + BQ}{-A + BQ + CQ^{2}}$$

se representa mediante una curva que pasa por el punto B para  $H_{ef} = 0$ ; su máximo lo tiene en el punto M y disminuye asintóticamente con el eje de abscisas al aumentar Q, es decir,  $_{man} = 0$  para Q . El rendimiento máximo se obtiene para un punto C ligeramente superior al punto A de funcionamiento óptimo; como en esta zona, la parábola P<sub>2</sub> toma valores de H<sub>ef</sub> muy pequeños, las pérdidas que influirán muy notoriamente serán las correspondientes a la parábola P<sub>1</sub>, es decir, las pérdidas en el distribuidor, rodete y tubo de aspiración.

*Curvas características para n constante y apertura x del distribuidor variable.*- A cada apertura *x* del distribuidor, corresponde un ángulo  $_1$  y una recta de H<sub>ef</sub> representativa de la característica, H<sub>ef</sub> = f(Q). Para todas las aperturas del distribuidor correspondientes a una misma velocidad *n*, el conjunto de las rectas H<sub>ef</sub> concurre en un mismo punto S sobre el eje de ordenadas, ya que todas ellas mantienen la misma ordenada en el origen. A cada recta corresponde, para cada salto H<sub>n</sub>, un conjunto de curvas P, Fig VII.34. Al ser variable el grado de apertura del distribuidor *x* también lo será el ángulo \_1; como para cada valor de \_1 el punto de funcionamiento óptimo tiene lugar cuando *w*<sub>I</sub> es tangente al álabe a la entrada, el lugar geométrico de estos puntos de funcionamiento óptimo se obtiene eliminando  $c_{Im}$ ,  $u_I$  y \_1, como sigue:

$$\begin{aligned} H_{efec} &= \frac{1}{g} \left\{ \frac{u_1 \, Q}{1} \, \cot g_{-1} - u_2 \left( u_2 - \frac{Q}{2} \, \cot g_{-2} \right) \right\} = \left| tg_{-1} = \frac{c_{1m}}{c_{1n}} = \frac{c_{1m}}{u_1 - c_{1m} \, \cot g_{-1}} \right| = \\ &= \frac{1}{g} \left\{ \frac{u_1 \, Q}{1} \, \frac{u_1 - c_{1m} \, \cot g_{-1}}{c_{1m}} - u_2^2 + u_2 \frac{Q}{2} \, \cot g_{-2} \right) \right\} = \left| c_{1m} = \frac{Q}{1} \right|; \ u_1 = u_2 \frac{D_1}{D_2} \right| = \\ &= \frac{1}{g} \left\{ \frac{u_2 \, \frac{D_1}{D_2} \, Q}{1} \, \frac{u_2 \, \frac{D_1}{D_2} - \frac{Q}{1} \, \cot g_{-1}}{Q_1} - u_2^2 + u_2 \frac{Q}{2} \, \cot g_{-2} \right\} = \\ &= \frac{1}{g} \left\{ u_2^2 \, (\frac{D_1}{D_2})^2 - u_2 \, \frac{D_1}{D_2} - \frac{Q}{1} \, \cot g_{-1} - u_2^2 + u_2 \frac{Q}{2} \, \cot g_{-2} \right\} = \\ &= \frac{u_2^2}{g} \, (\frac{D_1^2}{D_2^2} - 1) - \frac{u_2}{g_{-2}} \, (\frac{D_1}{D_2 - 1} \, \cot g_{-1} - \cot g_{-2}) \, Q = M - NQ \end{aligned}$$

que es una ecuación en la que al no figurar  $_1$  representa el lugar geométrico de los puntos de funcionamiento en régimen óptimo para n = Cte y cualquier grado de apertura *x* del distribuidor, Fig VII.34; en un diagrama (H<sub>ef</sub>, Q) viene representada por la recta (IJ), cuya ordenada en el origen M y pendiente N, son:

$$M = (OI) = \frac{u_2^2}{g} \left( \frac{D_1^2}{D_2^2} - 1 \right) ; \quad N = \frac{u_2}{g_2} \left( \cot g_2 - \frac{D_1}{D_2} - \frac{D_1}{D_2} \right)$$



Fig VII.34.- Curvas características para n= Cte y diversas aperturas 1 del distribuidor



Fig VII.35.- Puntos de funcionamiento óptimos para n = Cte y diversos grados de apertura del distribuidor

Los puntos de intersección I<sub>1</sub>, I<sub>2</sub>, I<sub>3</sub>,... de la recta (IJ) con cada una de las curvas características  $(SB_1)$ ,  $(SB_2)$ ,  $(SB_3)$ , representan los puntos de funcionamiento óptimo, para las diversas aperturas del distribuidor, Fig VII.35.

Los puntos  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_3$ ,... representan las alturas netas correspondientes al régimen óptimo para cada apertura. Uniendo los puntos  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_3$ ,... se obtiene otra curva, representada a trazos; la tangente a esta curva desde el punto J, permite obtener el punto de funcionamiento más elevado posible, por cuanto:  $m = (I_x i_x) / (L_x i_x)$  es el máximo que se puede alcanzar.





*Rendimiento.*- Si sobre cada curva característica se determinan los puntos de rendimiento, 0,9-0,8-0,7, etc, y se unen los correspondientes de igual rendimiento de todas las curvas características, se obtiene la colina de rendimientos. Si en el punto A de la Fig VII.36 se tiene un salto neto  $H_{nA}$  para un rendimiento  $_1$  al que corresponde el caudal  $Q_A$ , al mantener el salto constante y modificar el caudal, es evidente que el rendimiento disminuirá por cuanto en los puntos B, C, es menor, por lo que  $Q_A$  será el caudal óptimo para este salto  $H_{nA}$ . También se deduce que al disminuir el caudal óptimo, conservando el salto, decrece el rendimiento y aumentan las pérdidas, sobre todo las debidas al choque. También se puede considerar una colina de rendimientos en el diagrama  $(H_n, N_{ef})$ , de forma que el paso de una colina a otra se realiza a partir de una curva de igual rendi-

miento en el diagrama  $(H_n, Q)$  y tomando sobre ella pares de valores  $(H_n, Q)$  se determina la potencia correspondiente mediante la ecuación:

$$N_{efec} = \frac{QH_{n man}}{75}$$

obteniéndose así los puntos  $(N_{ef}, H_n)$  de la segunda colina, existiendo para cada valor de  $H_n$  dos valores de Q, y por lo tanto, dos de  $N_{ef}$ .

*Transformación de las curvas características de* n = Cte, *en curvas características de salto constante.*- Sea la representación de la Fig VII.38, para una velocidad constante n<sub>1</sub>, y sea M<sub>1</sub> un punto de la curva característica H<sub>n</sub> correspondiente. El punto homólogo del M<sub>1</sub> para un salto neto determinado, será, de acuerdo con las relaciones de semejanza el M<sub>2</sub> y se obtiene a partir de:



Los valores de  $Q_2$  y  $n_2$  así encontrados permiten definir el punto  $M_2$  homólogo del  $M_1$ . La parábola de regímenes semejantes, lugar de los puntos homólogos a los que se exige igualdad de rendimiento manométrico, tiene por ecuación:

$$H_n = \frac{H_{n1}}{Q_1^2} Q^2 = k Q^2$$

La intersección de la curva  $H_{n(n2)}$  con la parábola de regímenes semejantes proporciona el punto  $M_2$ , homólogo del punto  $M_1$ , para el número de revoluciones  $n_2$  y mismo rendimiento manométrico que el correspondiente a  $M_1$ .



Fig VII.39.- Instalación de dos turbinas-bomba de 150 MW